

I. Pavlenko  
A. Korczak\*

# The influence of balancing disk deformation on characteristics of the automatic balancing device with the turbulent fluid flow

Sumy State University  
\*Politechnika Śląska

УДК 621.515

## ВПЛИВ ДЕФОРМАЦІЇ РОЗВАНТАЖУВАЛЬНОГО ДИСКА НА ХАРАКТЕРИСТИКИ ГІДРОП'ЯТИ ПРИ ТУРБУЛЕНТНОМУ РЕЖИМІ РУХУ РІДИНИ

Розглянуто турбулентний рух рідини в торцевому конусному каналі з довільно змінним зазором. В результаті розв'язання рівнянь Рейнольдса отримані вирази для розподілу тиску по радіусу торцевої шпарини і витоків робочої рідини крізь вузол автоматичного врівноваження осьової сили. Досліджено вплив деформації розвантажувального диска на статичну і витратну характеристики гідроп'яти.

турбулентний рух, деформація, характеристики гідроп'яти

### 1. Вступ

У відцентрових багатоступеневих насосах на ротор діє складна система сил, переважаючою з яких є осьова сила, що дорівнює десяткам тон. Тому актуальною є проблема розвантаження цієї сили. Останнім часом широке розповсюдження отримали автоматичні врівноважувальні пристрої – гідроп'яти, які здатні врівноважувати осьові сили в широкому діапазоні їх зміни.

Для проектування вузла гідроп'яти необхідним є точний розрахунок динаміки рідини в торцевому каналі. Останнім часом цій проблемі приділяється достатня увага з боку науковців. Але при цьому практично невивченою є проблема взаємовпливу деформації розвантажувального диска і гідродинаміки торцевого дроселя, пов'язана з тим, що деформації конструктивних елементів системи розвантаження осьової сили впливають на перерозподіл тиску по радіусу торцевого дроселя. Над цією проблемою працюють декілька наукових шкіл. В роботі проф. Марцинковського В.А. [1] розглянуто напірний рух рідини в торцевому каналі з постійним кутом конусності з урахуванням членів першого порядку малості при інтегруванні основних рівнянь. Праці проф. Сндрала В. [4] присвячені урахуванню деформацій

розвантажувального диска з постійним кутом нахилу торцевої поверхні. В роботі [2] досліджені статичні характеристики основних конструкцій гідроп'ят. Але постійно зростаючі параметри відцентрових машин потребують, насамперед, більш жорстких вимог до проектування основних вузлів. В тому числі постає задача вибору і більш точного розрахунку [3] вузла врівноваження осьової сили.

В даній роботі розглянуто турбулентний рух рідини в торцевому конусному каналі з довільно змінним зазором з чисельним інтегруванням основних залежностей. Досліджено вплив довільної деформації розвантажувального диска на статичну і витратну характеристики вузла автоматичного розвантажування осьової сили насоса.

### 2. Гідродинаміка торцевого дроселя

Розглянемо турбулентний рух рідини в торцевому дроселі зі змінним зазором  $h(r)$  (рисунок 1).

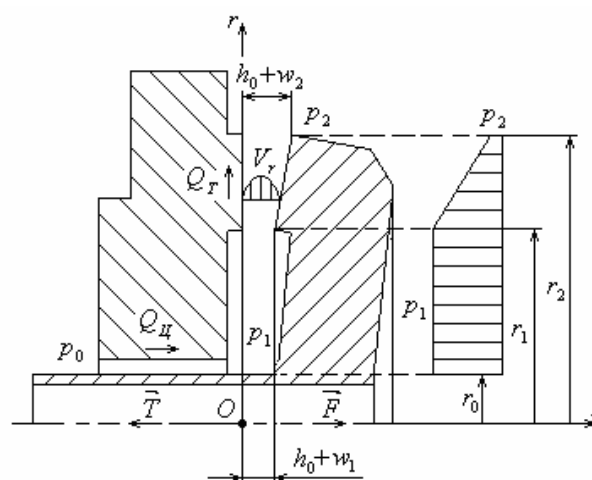


Рис. 1. Розрахункова схема вузла гідралічної п'яти

Введемо наступні припущення:

- 1) течія стаціонарна;
- 2) рух рідини обумовлений перепадом тиску;
- 3) переважною складовою швидкості є радіальна швидкість;
- 4) об'ємні сили незначні.

Рівняння Рейнольдса в циліндричній системі координат з урахуванням припущень матимуть вигляд:

$$\begin{cases} \rho V_r \frac{\partial V_r}{\partial r} = -\frac{\partial p}{\partial r} + \mu \frac{\partial^2 V_r}{\partial z^2} - \rho \frac{\partial}{\partial z} \left( \overline{V_r V_z'} \right) \\ \frac{\partial p}{\partial z} = 0, \end{cases} \quad (1)$$

Виразимо сили тертя через коефіцієнт опору тертя  $\zeta$  і середню у поперечному перерізі шпарини швидкість [1]:

$$\mu \frac{\partial^2 V_r}{\partial z^2} - \rho \frac{\partial}{\partial z} \left( \overline{V_r V_z'} \right) = -\zeta \frac{\rho \overline{V_r}^2}{2}, \quad (2)$$

де середня швидкість визначається за формулою:

$$\bar{V}_r = \frac{1}{h} \int_0^h V_r dz. \quad (3)$$

В дроселі з нерухомими стінками швидкість  $V_r$  виразимо за допомогою формули [5]:

$$V_r = V_r^{\max} \left[ 4 \frac{z}{h} \left( 1 - \frac{z}{h} \right) \right]^m. \quad (4)$$

Показник  $m$  враховує режим руху рідини:

- 1)  $m = 1$  – при ламінарному русі;
- 2)  $m = 1/7$  – при турбулентному русі;
- 3)  $m = 0$  – при автомоделльному русі.

Враховуючи вираз (4), середня швидкість дорівнюватиме:

$$\bar{V}_r = 4^m Z(m) V_r^{\max}, \quad (5)$$

де введена спеціальна функція  $Z(m)$ :

$$Z(m) = \int_0^1 \bar{z} (1 - \bar{z}) d\bar{z}. \quad (6)$$

Функцію  $Z(m)$  на відрізку  $[0;1]$  можна апроксимувати наступною залежністю (при одночасному виконанні умов:  $Z(1) = 1/6$ ;  $Z(0) = 1$ ):

$$Z(m) \approx e^{-am}, \quad (7)$$

де  $a$  – коефіцієнт, який дорівнює  $a = \ln 6$ . При цьому функціонал похибки не перевищує  $R = 2 \cdot 10^{-4}$ .

Таким чином, сили тертя дорівнюватимуть:

$$\mu \frac{\partial^2 V_r}{\partial z^2} - \rho \frac{\partial}{\partial z} (\bar{V}_r \bar{V}_r') = -\zeta \frac{\rho 16^m Z^2(m) (V_r^{\max})^2}{2}. \quad (8)$$

Рівняння (1) можна записати у вигляді:

$$\frac{dp}{dr} = -\zeta \frac{\rho \bar{V}_r^2}{2} + \rho \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{\rho V_r^2}{2} \right). \quad (9)$$

Нехтуючи конвекційною складовою [1], отримаємо:

$$\frac{dp}{dr} = -\zeta \frac{\rho \bar{V}_r^2}{2} = -\zeta \frac{\rho 16^m Z^2(m) (V_r^{\max})^2}{2}. \quad (10)$$

Визначаємо витоки рідини крізь торцевий дросель:

$$Q = \int_0^h 2\pi r V_r dr, \quad (11)$$

тобто, з урахуванням виразу (4):

$$Q = 2\pi r h V_r^{\max} \cdot 4^m \cdot Z(m). \quad (12)$$

Звідси отримаємо

$$V_r^{\max}(r) = \frac{Q}{2\pi r h \cdot 4^m \cdot Z(m)}. \quad (13)$$

Рівняння (10) з урахуванням формули [1]

$$\zeta = \frac{\lambda}{2h} \quad (14)$$

прийме наступний вигляд:

$$\frac{dp}{dr} = -\frac{\lambda \rho Q^2}{16\pi^2 r^2 h^3}, \quad (14)$$

де  $\lambda$  – коефіцієнт втрат на тертя по довжині торцевої шпарини.

Інтегруємо останнє диференціальне рівняння:

$$p(r) = p_1 - \frac{\lambda \rho Q^2}{16\pi^2} \int_{r_1}^r \frac{dr}{r^2 h^3}. \quad (15)$$

Перепад тиску становить

$$\Delta p = p_1 - p(r_2) = \frac{\lambda \rho Q^2}{16\pi^2} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2 h^3}, \quad (16)$$

звідки встановлюємо зв'язок між втратами та перепадом тиску:

$$Q = g_T \sqrt{p_1 - p_2}, \quad (17)$$

де  $g_T$  – провідність торцевої шпарини:

$$g_T = \frac{4\pi}{\sqrt{\lambda \rho \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2 h^3}}}. \quad (18)$$

Визначимо відмінність отриманого виразу від існуючого для шпарини з паралельними стінками [2]

$$g_{T0} = \sqrt{\frac{2[\pi(r_1 + r_2)h]^2}{\lambda \rho \frac{r_2 - r_1}{2h}}}. \quad (19)$$

за допомогою відношення:

$$\alpha = \frac{g_T}{g_{T0}}. \quad (20)$$

У випадку  $h = \text{const}$  отримаємо:

$$\alpha = \frac{2\sqrt{r_1 r_2}}{r_1 + r_2}. \quad (21)$$

В реальних конструкціях насосів не можна нехтувати деформацією розвантажувального диска, де

перерозподіл тиску потрібно обчислювати за формулою (15), яка після урахування виразів (17) і (18) матиме вигляд:

$$p(r) = p_1 - \frac{\int_{r_1}^r \frac{dr}{r^2 h^3}}{\int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2 h^3}} \cdot \Delta p. \quad (22)$$

### 3. Статичний розрахунок гідроп'яти

Статичний розрахунок базується на розв'язанні рівнянь осрової рівноваги ротора і балансу витрат:

$$\begin{cases} F = T; \\ Q_{\text{ц}} = Q_T, \end{cases} \quad (23)$$

де  $T$  – сумарна осрова сила, що діє на ротор насоса;  
 $F$  – врівноважувальне зусилля:

$$F = \pi(r_1^2 - r_0^2)p_1 + \int_{r_1}^{r_2} \left[ p_1 - \frac{\int_{r_1}^r \frac{dr}{r^2 h^3(r)}}{\int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2 h^3(r)}} \cdot \Delta p \right] dr \quad (24)$$

Представляючи зазор  $h(r)$  у вигляді суми

$$h(r) = h_0 + w(r), \quad (25)$$

де  $h_0$  – торцевий зазор без урахування деформації диска,  $w(r)$  – деформація диска гідроп'яти, а також розкладаючи інтеграли виразу (24) у ряд Тейлора для незначних  $w_2$ , утримуючи члени першого порядку малості, у разі  $p_2 = 0$  можна отримати спрощений вираз для розвантажувального зусилля:

$$F = \left[ \pi(r_1^2 - r_0^2) + \frac{1}{2} \pi(r_2^2 - r_1^2) \frac{h_0 + 2w_1}{h_0 + 2w_2} \right] p_1. \quad (26)$$

Витрати рідини через циліндричний дросель:

$$Q_{\text{ц}} = g_{\text{ц}} \sqrt{p_0 - p_1}, \quad (27)$$

де  $g_{\text{ц}}$  – незмінна провідність циліндричного дроселя.

Витрати рідини через торцевий зазор  $Q_T$  визначаються за формулою (17). Розв'язуючи друге рівняння (23) з урахуванням формул (17) і (27), отримаємо вираз для тиску в камері гідроп'яти:

$$p_1 = \frac{g_{\text{ц}}^2 p_0}{g_{\text{ц}}^2 + g_T^2}. \quad (28)$$

Залежність (26) з урахуванням виразів (18) і (28) дає змогу побудувати статичну характеристику гідроп'яти як залежність врівноважувального зусилля  $F$  від торцевого зазору  $h_0$  (рисунк 2).

Залежність (17) з урахуванням виразів (18) і (28) дає змогу визначити витрати рідини через гідроп'ят у залежності від торцевого зазору  $h_0$  (рисунк 2).

Аналізуючи криву 2, бачимо, що деформація диска спричиняє зменшення торцевого зазору внаслідок додаткового переміщення ротора в бік дії сили  $T$  на величину  $\delta h$ ; провідність дроселя зменшується, в наслідок цього зменшуються витрати робочої рідини через вузол гідроп'яти.

Для аналізу статичної стійкості системи «ротор – гідроп'ята» визначаємо коефіцієнт жорсткості:

$$k = \frac{\partial F}{\partial h_0}. \quad (29)$$

В областях незначних зазорів ( $h_0 < h_{\text{кр}}$ ) система втрачає статичну стійкість (рисунк 2).

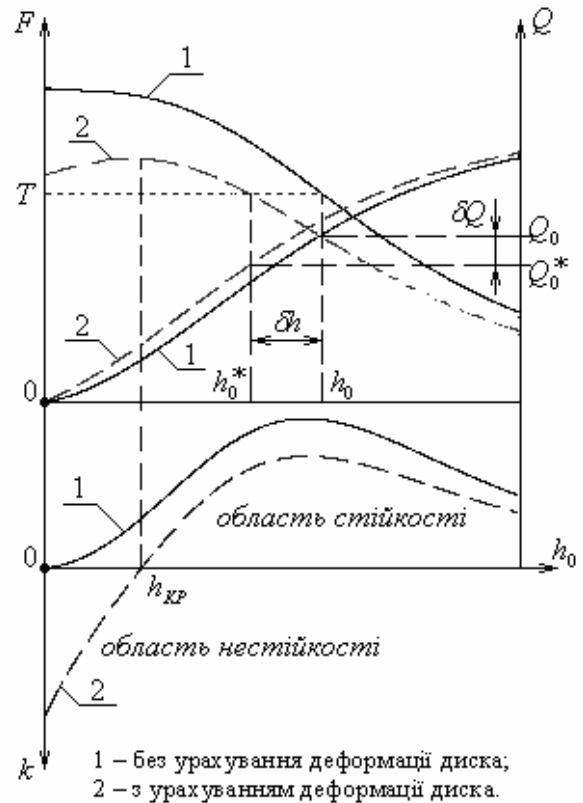


Рис. 2. Характеристики вузла гідравлічної п'яти

### 4. Висновки

Отримані результати свідчать про те, що при конструюванні автоматичних врівноважувальних пристроїв не можна нехтувати деформаціями конструктивних елементів.

Деформація розвантажувального диска призводить до перерозподілу епюри тиску. Це, в свою чергу, зменшує врівноважувальну силу  $F$  і, як наслідок, зменшується торцевий зазор і об'ємні витрати робочої рідини.

Статична характеристика гідроп'яти з урахуванням податливості диска має область загину, що свідчить про те, що при достатньо малих торцевих зазорах система втрачає статичну стійкість.

## Література

1. Марцинковский В.А. Щелевые уплотнения: теория и практика.– Сумы: Изд-во СумГУ, 2005.– 416 с.
2. Чегурко Л.Е. Разгрузочные устройства питательных насосов тепловых электростанций.– М.: Энергия, 1978.– 160 с., ил.
3. Korczak A. Badania ukladow rownowazachych napor osiowy w wielostopniowych pompach odsrodkowych.– Gliwice: Wyd. Politechniki Śląskiej, 2005.– 161 p.
4. Jedral W. The influence of balancing disk deformation on pressure distribution in an axial clearance// Праці 11-ї Міжнародної науково-технічної конференції "ГЕРВІКОН-2005".– В 3 т.– Т. 2.– Суми: Вид-во СумДУ, 2005.– 340 с.– С. 165 – 173.
5. Hsu Y.C., Burton R.A. A study of the interactions of turbulent shear flow and displacement flow between parallel walls.– ASLE Transactions, 1968, 11, №3, p. 191 – 195.

I. Pavlenko

A. Korczak\*

**The influence of balancing disk deformation on characteristics of the automatic balancing device with the turbulent fluid flow**

*Sumy State University*

*\*Politechnika Śląska*

*The fluid flow in arbitrary axial cone clearance was considered. On Reynolds equations application expressions of pressure distribution and hydraulic fluid leaking were received. An influence of deformation of balancing disk to static main characteristics was investigated.*